საკონტროლო წერტილების ოპტიმიზაცია გამოთვლითი პროცესის დირექტიულ ვადაში დასრულების ალბათობის მაქსიმუმის კრიტრიუმით

აკაკი ძნელაძე
აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო
E-mail: akaki.dzneladze@atsu.edu.ge

ანოტაცია – ნაშრომში შემოთავაზებულია გამოთვლითი პროცესის დირექტიულ ვადაში დასრულების ალბათობის მაქსიმუმის კრიტრიუმით საკონტროლო წერტილების ინტერვალის ოპტიმიზაციის მათემატიკური მოდელი კონტროლს პარამეტრების გათვალისწინებით. მიღებულია, გამოთვლითი პროცესის საკონტროლო წერტილების შექმნის ოპტიმალური ინტერვალის გამოთვლის ანალიზური გამოსახულება და შემუშავებულია საკონტროლო წერტილების განლაგების ოპტიმალური ვარიანტის შერჩევის აგორითმი.

საკვანძო სიტყვები – გამოთვლითი პროცესი, საკონტროლო წერტილი, კონტროლის პარამეტრები, დირექტიულ ვადაში დასრულების ალბათობის მაქსიმუმი, ოპტიმიზაცია.

I. შესავალი

კომპიუტერული სისტემები ფართოდ გამოიყენება ისეთი საციცოცხლოდ მნიშვნელოვანი ობიექტების მართვაში, სადაც განსაკუთრებით მაღალია შესასრულებელი ამოცანების მნიშვნელობა.

ამ კომპუტერულმა სისტემებმა უწყვეტად უნდა იფუნქციონიროს და მმართველი ზემოქმედების გამომუშავების ამოცანების შესრულება უზრუნველყოს სამართავი ობიექტების მდგომარეობის ცვლილების ტემპის შესაბამისად. ეს სისტემები ასრულებენ რეალურ დროში მომუშავე გამოთვლით პროცესებს (გპ), რომლებსაც მოეთხოვებათ შესრულების ვადების ანუ დირექტიული დროის მკაცრი დაცვა.

ამ მოთხოვნების შეუსრულებლობა შეიძლება გახდეს დიდი მატერიალური ზარალისა და კატასტროფული შედეგების მიზეზი. ამის გამო, ეს კომპიუტერული სისტემები მაღალი წარმადობითა და საიმედოობით გამოირჩევიან. ამ სისტემების საიმედოობა დამოკიდებულია არა მარტო გამოთვლების ლოგიკურ შედეგებზე, არამედ დროზე, რა დროშიც გამოთვლის შედეგები იქნა მიღებული. გპ–ს დირექტიულ დროზე გვიან შესრულება ითვლება სისტემის მტყუნებად. ამის გამო, ამ სისტემების დაპროექტებისას, აუცილებლია გადაწყდეს მათი მტყუნებისადმი მდგრადობის უზრუნველყოფის ამოცანა.

ამ ამოცანის გადაწყვეტისათვის ფართოდ გამოიყენება გპ–ს საკონტროლო წერტილებიდან აღდგენის მეთოდები[10].

საკონტროლო წერტილები(სწ) არის გპ–ს მსვლელობისას შენახული ისეთი ინფორმაცია, რომელიც გპ-ს ავარიული შეწყვეტის შემთხვევაში საშუალებას იძლევა გპ განვაახლოთ სწ-ს შექმნის მომენტიდან.

სწ-ს გამოყენება ამცირებს გპ-ს ავარიული შეწყვეტის შემდეგ გპ-ს განმეორებით შესრულებაზე დახარჯულ დროს. მაგრამ, ვინაიდან სწ-ს შექმნაზე იხარჯება გარკვეული დრო, მათი რაოდენობის გაზრდა ზრდის გპ–ს შესრულების დროს. აქედან გამომდინარე ცხადია, უნდა ამოიხსნას ოპტიმიზაციის ამოცანა.

არსებულ გამოკვლევებში [1,2,3,4,5,6,7,8,9,11,12] შემუშავებულ მათემატიკურ მოდელებში სწ–ბის ოპტიმიზაციის კრიტერიუმად აღებულია გპ–ს დასრულების დროის მინიმუმი, რაც არ გამოდგება ჩვენს მიერ განხილული კომპიუტერული სისტემებისათვის.

ნაშრომში წარმოდგენილია გპ–ს დირექტიულ ვადაში დასრულების ალბათობის მაქსიმუმის კრიტერიუმით საკონტროლო წერტილების ოპტიმიზაციის ევრისტიკული მოდელი კონტროლის პარამეტრების გათვალისწინებით. ამ მოდელის საფუძველზე მიღებულია სწ–ს შექმნის ოპტიმალური ინტერვალის გამოთვლის ანალიზური გამოსახულება და შემუშავებულია სწ–ს განლაგების ოპტიმალური ვარიანტის შერჩევის ალგორითმი.

II. ამოცანის ფორმალიზება

სწ–ს შექმნის მომენტებზე შეზღუდვების დამოკიდებულებით არსებობს ოპტიმიზაციის ამოცანის ორი დასმა: უწყვეტი და დისკრეტული [10,11.12]. პირველ შემთხვევაში დაშვებულია, რომ სწ შეიძლება შეიქმნას გამოთვლითი პროცესის ნებისმიერ მომენტში. ამ შემთხვევაში უნდა განისაზღვროს

სწ–ს შექმნის ოპტიმალური ინტერვალი. მეორე შემთხვევაში მოცემულია სასრული რაოდენობა გპ–ს ისეთი წერტილებისა, რომლებშიც შესაძლებელია სწ–ების შექმნა და უნდა განისაზღვროს ამ წერტილების ისეთი ქვესიმრავლე, რომელთათვისაც სწ–ს შექმნა არის საუკეთესო ვარიანტი.

განვიხილოთ ოპტიმიზაციის ამოცანის ფორმალიზება ორივე შემთხვევისთვის.

ვთქვათ, მტყუნებათა გამო ავარიული შეწყვეტის გარეშე, გპ-ს დასრულებისთვის საჭიროა t_{ok} ერთეული დრო. ჩავთვალოთ, რომ მტყუნებათა გამო ავარიულ შეწყვეტებს შორის დროის ინტერვალები განაწილებულია ექსპონენციალურად λ_f პარამეტრით. მტყუნების აღმოჩენა ხდება შეცდომის სახით აპარატურული ან პროგრამული კონტროლის საშუალებებით [10]. ამასთან, აპარატურული კონტროლით მტყუნების გამოვლენა ხდება გპ-ს მიმდინარეობისას, ხოლო პროგრამული კონტროლით – გპ-ს დასრულებისას.

შემოვიღოთ აღნიშვნები:

P_a – აპარატურული კონტროლით შეცდომის გამოვლენის ალბათობა;

P_p – პროგრამული კონტროლით შეცდომის გამოვლენის ალბათობა;

$\tau_1, \tau_2, \dots \tau_n$ – სწ–ებს შორის დროის ინტერვალები;

t_c – საკონტროლო წერტილის შექმნის დრო;

t_r – გპ-ს ავარიული შეწყვეტის შემდეგ სწ–დან გპ–ს აღდგენის დრო;

$T_f(t_{ok})$ – ავარიული შეწყვეტის გამო დაკარგული დროის გათვალისწინებით გპ–ის დასრულების დრო;

$T_f(\tau_1, \tau_2, \dots \tau_n)$ – $(\tau_1, \tau_2, \dots \tau_n)$ წერტილებში სწ–ზის შექმნისა და ავარიული შეწყვეტის გამო დაკარგული დროის გათვალისწინებით გპ–ის დასრულების დრო.

$V_{t_{ok}}(t)$ – გამოთვლითი პროცესის დასრულების დროის განაწილების ფუნქცია.

ვინაიდან მტყუნებათა ნაკადი პუასონურია, მათი გამოვლენა აპარატურული და პროგრამული კონტროლით აგრეთვე იქნება პუასონური შესაბამისი პარამეტრებით: $\lambda_a = P_a\lambda_f$ და $\lambda_p = (1 - P_a)P_p\lambda_f$

გპ–ს მოცემულ დირექტიულ t_d დროში დასრულების ალბათობის მაქსიმუმის კრიტერიუმით ოპტიმიზაციის ამოცანის უწყვეტი შემთხევისთვის დასმას ექნება სახე:

განვსაზღვროთ ისეთი $\tau_1^o, \tau_2^o, \dots, \tau_n^o$, დროის ინტერვალები, რომელთათვისაც $\mathrm{P}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) = Pr\{T_f(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) < t_d\}$ ფუნქცია $\sum_{i=1}^{n} \tau_i = t_{ok}$ პირობის შესრულებისას მიიღებს მაქსიმალურ მნიშვნელობას.

დისკრეტული შემთხვევისთვის ოპტიმიზაციის ამოცანის ფორმალიზებისთვის დავუშვათ, რომ გპ შედგება n მიმდევრობით შესრულებად ამოცანისგან და ყოველი ამოცანის დასრულების შემდეგ შეიძლება სწ–ს შექმნა.

შემდეგში i-ური ამოცანის შესრულების შემდეგ შექმნილ სწ-ს დავარქვათ i-ური სწ.

ვთქვათ τ_i არის, გამოთვლითი პროცესის ავარიული შეწყვეტის გარეშე, i-ური ამოცანის დასრულების საშუალო დრო; $t_{c,i}$ არის i-ური სწ-ს შექმნის დრო; და $t_{r,i}$ არის გპ-ს $(i-1)$-ე სწ-დან აღდგენის დრო. $t_{c,i}$ და $t_{r,i}$ ითვლება მუდმივ სიდიდეებად.

დავუშვათ i-ური ამოცანის შესრულების შემდეგ იქმნება სწ. აღვნიშნოთ (i,j)-თი ამოცანების ისეთი $i+1, \dots, j$ მიმდევრობა, რომელთა შესრულებისას იქმნება მხოლოდ j-ური სწ. $t_{i,j}$ იყოს ამოცანების (i,j) მიმდევრობის შესრულების დრო, ავარიული შეწყვეტის შემდეგ გპ-ს i-ური სწ-დან აღდგენაზე და გპ-ს განმეორებით შესრულებაზე დახარჯული დროის გათვალისწინებით. L-ით აღვნიშნოთ იმ ამოცანათა ნომრების სიმრავლე რომელთა შესრულების შემდეგ იქმნება სწ-ები:

$L = \{l_1, l_2, \cdots, l_k\} \subset \{1, 2, \cdots, n-1\}$,

გპ–ს მოცემულ დირექტიულ t_d დროში დასრულების ალბათობის მაქსიმუმის კრიტერიუმით ოპტიმიზაციის ამოცანის დასმას დისკრეტული შემთხვევისთვის ექნება სახე:

საჭიროა ამოვარჩიოთ ისეთი $L^o \subset \{1, 2, \cdots, n-1\}$ ქვესიმრავლე, რომლისთვისაც გამოთვლითი პროცესის მოცემულ დირექტიულ t_d დროში დასრულების ალბათობა იქნება მაქსიმალური, ე.ი. $Pr\{\overline{T_f}(L^o) < t_d\} \geq Pr\{\overline{T_f}(L) < t_d\}$, $\forall L \subset \{1, 2, \cdots, n-1\}$–სთვის.

III. ოპტიმიზაცია უწყვეტი შემთხვევისთვის

[2]–ში ჩვენს მიერ მიღებულია გპ-ს დასრულების დროის განაწილების ფუნქციის – $V_{t_{ok}}(t)$ – განტოლება (1).

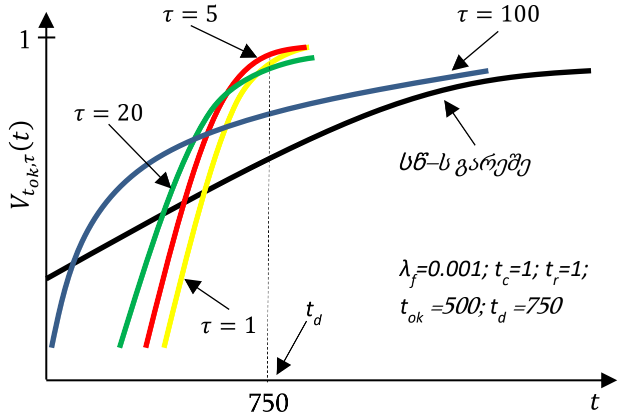
$$\begin{cases} V_{t_{ok}}^*(s) = \mathrm{e}^{-(\lambda_a+\lambda_p+s)t_{ok}} + \left(\left(1-\mathrm{e}^{-\lambda_a t_{ok}}\right)\mathrm{e}^{-(\lambda_a+s)t_{ok}} + \frac{\lambda_a}{\lambda_a+s}\left(1-\mathrm{e}^{-(\lambda_a+s)t_{ok}}\right)\right) V_{t_{ok}+t_r}^*(s) \\ V_{t_{ok}+t_r}^*(s) = \dfrac{\mathrm{e}^{-(\lambda_a+\lambda_p+s)(t_{ok}+t_r)}}{\left(1-\left(\left(1-\mathrm{e}^{-\lambda_p(t_{ok}+t_r)}\right)\mathrm{e}^{-(\lambda_a+s)(t_{ok}+t_r)}+\frac{\lambda_a}{\lambda_a+s}\left(1-\mathrm{e}^{-(\lambda_a+s)(t_{ok}+t_r)}\right)\right)\right)} \end{cases} \tag{1}$$

ამ განტოლების უკუგარდაქმნის გზით შეგვიძლია მივიღოთ სწ–ის მქონე ბპ-ს დასრულების დროის განაწილების ფუნქციის ცხადი გამოსახულება. როცა $P_a = 1$ გვაქვს:

$$V_{t_{ok},\tau}(t) = \sum_{\mu=0}^{n} C_n^{\mu} \sum_{\nu=0}^{k_\mu} (-1)^{\nu} C_{k+\nu-1}^{\nu} \lambda_f^{\mu+\nu} e^{-\lambda_f(\tau+t_c)(n+\nu)+t_r(\mu+\nu)} \times \frac{\left(t-\left((\tau+t_c)(n+\nu)+t_r(\mu+\nu)\right)\right)^{\mu+\nu}}{(\mu+\nu)!} \qquad (2)$$

სადაც $n\tau = t_{ok}$ და $k_\mu = \left[\frac{t-\left((\tau+t_c)n+t_r\mu\right)}{\tau+t_c+t_r}\right]$.

(2) გამოსახულებით შესრულებულმა გამოთვლებმა აჩვენა (სურ. 1), რომ სწ–ს შექმნა მნიშნელოვნად ზრდის ბპ–ს დირექტიულ ვადაში დასრულების ალბათობას.



სურათი 1. ბპ–ს მოცემულ დირექტიულ დროში დასრულების ალბათობის გრაფიკები სხვადასხვა რაოდენობის სწ–ებისთვის.

(2) გამოსახულებით შეიძლება განვსაზღვროთ სწ–ს შექმნის ოპტიმალური ინტერვალი რიცხვითი მეთოდის გამოყენებით. მაგრამ პროგრამული კონტროლის არსებობის შემთხვევაში, $V_{t_{ok},\tau}(t)$ გამოსახულების მიღება მოითხოვს განსაკუთრებით რთულ გარდაქმნებს, და ამავე დროს მისგან შეუძლებელია მაქსიმუმის წერტილისთვის ანალიზური გამოსახულების მიღება. ამიტომ ასეთი მიდგომა სწ–ს ოპტიმიზაციისთვის არაეფექტურია.

ამ შემთხვევაში მიზანშეწონილია გამოვიყენოთ ბპ–ს დასრულების დროის ალბათობის მაქსიმუმის კრიტერიუმით სწ–ს შექმნის ოპტიმალური ინტერვალის განსაზღვრის ევრისტიკული ხერხი [7], რომელშიც მიზნის ფუნქციად გამოიყენება ერთ მტყუნებაზე დროის ფარდობითი რეზერვის გამოსახულება.

სწ–ს შექმნის ოპტიმალური ინტერვალის განსაზღვრისთვის მიზნის ფუნქციის მიღება ეფუძნება შემდეგ მსჯელობას: სწ–ს შექმნა ამცირებს დროის რეზერვს, ანუ ბპ–ს დირექტიულ ვადაში დასრულების ალბათობას, მაგრამ ამავე დროს ამცირებს მტყუნებების გამო დროის დანაკარგებს, რაც ზრდის დროის რეზერვს. აქედან გამომდინარე, ოპტიმალური (კომპრომისული) იქნება სწ–ს ისეთი ინტერვალი რომლისთვისაც ერთ მტყუნებაზე დროის ფადობითი რეზერვი მაქსიმალურია.

მივიღოთ ერთ მტყუნებაზე დროის ფარდობითი რეზერვის გასაზღვრის გამოსახულება. დროის რეზერვი ტოლია $t_{res} = t_d - (t_{ok} + nt_c)$, სადაც n შესაქმნელი საკონტროლო წერტილების რაოდენობაა და $t_{ok} = n\tau$. პროგრამული კონტროლით მტყუნების აღმოჩენისას გაუფასურდება ზუსტად დროის $t_{dev.p} = \tau + t_c$ ერთეული. აპარატურული კონტროლით მტყუნების აღმოჩენისას გაუფასურებული დროის საშუალო მნიშვნელობა შეიძლება განვსაზღვროთ შემდეგნაირად: (1) განტოლებით, $s = 0$ წერტილში $V_{t_{ok}}^{*}(s)$-ის წარმოებულის გამოთვლის შედეგად მივიღებთ, რომ სწ–ს ერთი ინტერვალის დასრულების საშუალო დრო იმ პირობით, რომ $P_a = 1$, ტოლია $\left(e^{\lambda_a(\tau+t_c)} - 1\right)/\lambda_a$, ხოლო გაუფასურებული დროის ჯამური მნიშვნელობა ტოლია $\left(e^{\lambda_a(\tau+t_c)} - 1\right)/\lambda_a - (\tau + t_c)$. ვინაიდან მტყუნებათა საშუალო რაოდენობა ტოლია $e^{\lambda_a(\tau+t_c)} - 1$, ერთი მტყუნებისას გაუფასურებული საშუალო დროისთვის მივიღებთ გამოსახულებას:

$$t_{dev.a} = \frac{1}{\lambda_a} - \frac{\tau+t_c}{e^{\lambda_a(\tau+t_c)} - 1}$$

და როცა $t_{ok}\lambda_f < 1$, $t_{dev.a} \approx \frac{\tau+t_c}{2}$

თუ მტყუნება აღმოჩენილია, მისი აპარატული კონტროლით აღმოჩენა ხდება $P_a/\left(P_a + P_p(1 - P_a)\right)$ ალბათობით, ხოლო მისი პროგრამული კონტროლით აღმოჩენა ხდება $P_p(1 - P_a)/\left(P_a + P_p(1 - P_a)\right)$ ალბათობით, და ერთი მტყუნებისას საშუალო გაუფასურებული დრო ტოლია:

$$t_{dev} = t_{dev.p}\frac{P_p(1 - P_a)}{P_a + P_p(1 - P_a)} + t_{dev.a}\frac{P_a}{P_a + P_p(1 - P_a)}.$$

საბოლოოდ, ერთი მტყუნებისას გაუფასურებული საშუალო დრო ტოლია:

$$t_{dev} = t_r + \frac{\tau + t_c}{2}\left(1 + \frac{P_p(1 - P_a)}{P_a + P_p(1 - P_a)}\right).$$

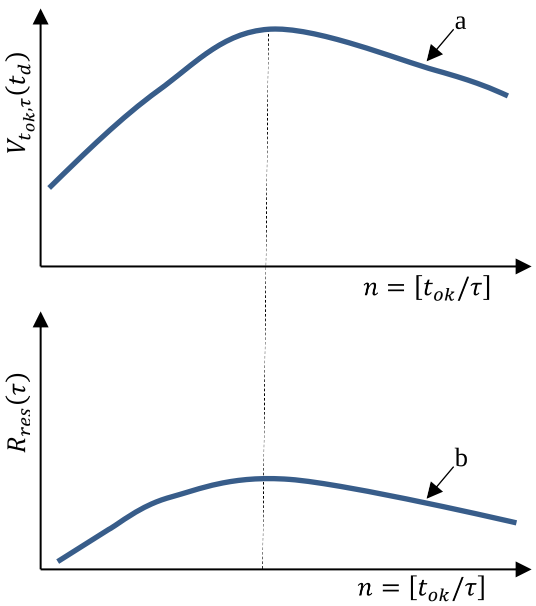
ერთი მტყუნებეზე დროის ფარდობითი რეზერვისთვის შეგვიძილია ჩავწეროთ:

$$R_{res}(\tau) = \frac{t_{res}}{t_{dev}} = \frac{t_d - (t_{ok} + nt_c)}{t_r + \frac{\tau+t_c}{2}b},$$

სადაც $b = \left(1 + \frac{P_p(1-P_a)}{P_a+P_p(1-P_a)}\right)$.

ამ გამოსახულების გამოყენების დასაშვებობის გასაზღვრის მიზნით შესრულებული იქნა გამოთვლები, რომლის დროსაც მოხდა სწ–ს მქონე ბპ–ს დასრულების დროის განაწილების $V_{t_{ok},\tau}(t)$ ფუნქციით განსაზღვრული და ევრისტიკული ხერხით მიღებული $R_{res}(\tau)$ გამოსახუხულებით განსაზღვრული სწ–ს შექმნის ოპტიმალური ინტერვალების

შედარება. გამოთვლებმა აჩვენეს, რომ შემოთავაზებული მიზნის ფუნქციას და ბპ–ს დირექტიულ ვადაში დასრულების ალბათობის ფუნქციას აქვს ერთნაირი მაქსიმუმის წერტილი (სურ. 2) და მისი პრაქტიკული გამოთვლებისთვის გამოყენება შეიძლება როცა $t_{ok}\lambda_f < 1$ და $t_{ok} = const.$ აქედან გამომდინარე, ეს მიდგომა შეიძლება გამოყენებული იქნას იმ შეთხვევაში, როცა მტყუნებების გამოვლენა ხდება როგორც აპარატურული, ასევე პროგრამული კონტროლით.



სურათი 2. (a) მოცემულ დირექტიულ ვადაში ბპ–ს დასრულების ალბათობისა და (b) დროის ფადობითი რეზერვის დამოკიდუბება სწ–ს რაოდენობაზე

$\frac{dR_{res}(\tau)}{d\tau} = 0$ განტოლების ამოსხსნით მივიღებთ, ბპ–ს დირექტიულ ვადაში დასრულების ალბათობის მაქსიმუმის კრიტერიუმით, სწ–ს შექმნის ოპტიმალური ინტერვალის განსაზღვრის გამოსახულებას:

$$\tau_p^o = \frac{t_r + bt_c}{b}\left(\sqrt{1 + \frac{t_d - t_{ok}}{t_{ok}}\left(\frac{t_r}{bt_c} + 1\right)} - 1\right)^{-1}$$

როგორც ვხედავთ, ამ განტოლებაში აღარ არის მტყუნებათა გამო ავარიულ შეწყვეტებს შორის დროის ინტერვალების განაწილების ფუნქციის პარამეტრი – λ_f ცვლადი, ამიტომ შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ბპ–ს მოცემულ დირექტიულ დროში დასრულების ალბათობის მაქსიმუმის კრიტერიუმით, სწ–ს შექმნის ოპტიმალური ინტერვალი არ არის დამოკიდებული ბპ–ს ავარიული შეწყვეტის ინტენსივობაზე.

IV. ოპტიმიზაცია დისკრეტული შემთხვევისთვის

ვთქვათ, გვაქვს სწ–ს შექმნის $n-1$ პოტენციური წერტილი. დავუშვათ $L = \{l_1, l_2, \cdots, l_k\}$ არის $\{1, 2, \cdots n-1\}$ სიმრავლის ქვესიმრავლე. მაშინ, იგივე მსჯელობის გამოყენებით, რაც დროის ფარდობითი რეზერვისთვის გამოვიყენეთ ამოცანის უწყვეტი დასმის შემთხვევაში, $L = \{l_1, l_2, \cdots, l_k\}$ წერტილებში სწ–ს შექმნის შემთხვევაში დროის ფარდობითი რეზერვი ტოლია:

$$R_{res}(L) = \frac{\{t_d - (t_{ok} + \sum_{l\in L} t_{c.l})\}(t_{ok} + \sum_{l\in L} t_{c.l})}{\sum_{j=1}^{k}\left\{\left(\left(b_j\left(\sum_{i=l_{j-1}}^{l_j}\tau_i + t_{c.l_j}\right) + t_{r.l_{j-1}}\right)\right)\left(\sum_{i=l_{j-1}}^{l_j}\tau_i + t_{c.l_j}\right)\right\}}$$

ამ გამოსახულებიდან, სწ–ს შექმნის 2^n ვარიანტის სრული გადარჩევით, შეიძლება განვსაზღვროთ სწ–ს შექმნის ოპტიმალური ვარიანტი. ასეთი გადარჩევა დიდი n–სთვის საჭიროებს ძალიან ბევრ გამოთვლით ოპერაციას და არაფექტურია, ამიტომ შემოთავაზებულია სწ–ს შექმნის რაციონალური ვარიანტის განსაზღვრის ევრისტიული ალგორითმი: პირველად აირჩევა $\{1, 2, \cdots n-1\}$ სიმრავლის $L^1 = \{i\}$ საუკეთესო ქვესიმრავლე ერთი ელემენტით. ამის შემდეგ ყოველ m ბიჯზე, $\{L^{m-1} \cup \{i\}, \{i\} \notin L^{m-1}\}$ ქვესიმრავლეებიდან აირჩევა საუკეთესო ქვესიმრავლე L^m. თუ $R_{res}(L^{m-1}) > R_{res}(L^m)$, გამოთვლები დასრულდება და სწ–ს შექმნის საუკეთესო ვარიანტად აირჩევა L^{m-1}.

ბპ–ს დირექტიულ ვადაში დასრულების ალბათობის მაქსიმუმის კრიტერიუმით სწ–ების შექმნის რაციონალური ვარიანტის განსაზღვრის ალგორითმს აქვს სახე:

ბიჯი 1. $L = \{1, 2, \cdots, n-1\}$.
ბიჯი 2. ავირჩიოთ ისეთი $l\epsilon L$, რომლისთვისაც $R_{res}(L - \{l\}) = max.$
ბიჯი 3. თუ $R_{res}(L - \{l\}) > R_{res}(L)$, მაშინ $L = L - \{l\}$; გადადი ბიჯი 2–ზე.
ბიჯი 4. $L_p^o = \emptyset$ და $N = \{1, 2, \cdots, n-1\}$.
ბიჯი 5. აირჩეს ისეთი $i \in N$, რომლისთვისაც $R_{res}(L_p^o \cup \{i\}) = max.$
ბიჯი 6. თუ $R_{res}(L_p^o \cup \{i\}) > R_{res}(L_p^o)$, მაშინ $L_p^o = L_p^o \cup \{i\}$; გადადი ბიჯი 5–ზე.
ბიჯი 7. თუ $R_{res}(L) > R_{res}(L_p^o)$, მაშინ $L_p^o = L.$
დასასრული.

ამ ალგორითმით მღებული სწ–ების განლაგების ვარიანტისა და სრული გადარჩევის გზით მიღებული სწ–ების განლაგების ვარინტის შესაბამისი ბპ–ს დირექტიულ ვადაში დასრულების ალბათობის შედარებამ აჩვენა, რომ ამ ალგორითმის ცთომილება არ არღემატება 1%.

ძნელი არ არის ამ ალგორითმის დროითი სირთულის გამოთვლა, ის ტოლია $O(n^2)$-ის.

V. დასკვნა

ბპ–ს მოცემულ დირექტიულ დროში დასრულების ალბათობის მაქსიმუმის კრიტერიუმით ოპტიმიზაციის ამოცანის გადაწყვეტისათვის, ნაშრომში შემოთავაზებული ევრისტიკული მიზნის ფუნქციის პრაქტიკული გამოთვლებისთვის გამოყენება შეიძლება როცა ბპ–ს დასრულების დროისა და მტყუნებათა ინტენსივობის ნამრავლი ნაკლებია ერთზე ($t_{ok}\lambda_f < 1$).

ამ მიზნის ფუნქციის გამოყენებით მიღებულია, ბპ–ს დირექტიულ ვადაში დასრულების ალბათობის მაქსიმუმის კრიტერიუმით, სწ–ს შექმნის ოპტიმალური ინტერვალის განსაზღვრის გამოსახულება, რომელშიც გათვალისწინებულია მტყუნებათა გამოვლენის მექანიზმები.

აღნიშნული გამოსახულების ანალიზის შედეგად დადგინდა, რომ ბპ–ს დირექტიულ ვადაში დასრულების ალბათობის მაქსიმუმის კრიტერიუმით, სწ–ს შექმნის ოპტიმალური ინტერვალი არ არის დამოკიდებული კომპიუტერული სისტემის მტყუნებათა ინტენსივობაზე.

იმ შემთხვევსთვის როცა სწ–ს შექმნის მომენტებზე შეზღუდვებია, შემოთავზებულია სწ–ს შექმნის რაციონალური ვარიანტის განსაზღვრის ევრისტიკული ალგორითმი, რომლის დროითი სირთულე ტოლია $O(n^2)$-ის. ამ ალგორითმით მიღებული სწ–ების განლაგების ვარიანტისა და სრული გადარჩევის გზით მიღებული სწ–ების განლაგების ვარიანტის შედარებამ აჩვენა, რომ ამ ალგორითმის ცთომილება არ აღემატება 1%, ხოლო შემოთავაზებული ალგორითმის დროითი სირთულე – $O(n^2)$ – გაცილებით მცირეა, ვიდრე სრული გადარჩევის ალგორითმის დროითი სირთულე – 2^n. მაგალითად, როცა $n = 10$ აღნიშნული ალგორითმის შესრულებას 10–ჯერ უფრო ნაკლები დრო სჭირდება ვიდრე სრული გადარჩევის ალგორითმს. n–ის ზრდასთან ერთად ეს შეფარდება ექსპონენციალურად მცირდება.

ლიტერატურა

[1] Gyung-Leen P., Hee Y. Y. A New Approach for High Performance Computing Systems with Various Checkpointing Schemes. The Journal of Supercomputing, 2005, No 33 pp. 65–78,

[2] Young J.W. A first order approximation to the optimum checkpoint interval, Comm. ACM 1974, vol. 17, N 9 pp. 530-531.

[3] Sam Toug, OzalpBabaoglu. On the optimum checkpointing problem, SIAM J. Comput. 1984, Vol. 13, No 3 pp. 630-649.

[4] Shunsuke Hiroyama, Tadashi Dohi, Hiroyuki Okamura. Aperiodic Checkpoint Placement Algorithms—Survey and Comparison, Journal of Software Engineering and Applications. 2013, No 6, pp. 41-53.

[5] Dimitar Nikolov. Fault Tolerance for Real-Time Systems: Analysis and Optimization of Roll-back Recovery with Checkpointing, Lund University, Published: 2014, 232 p. Link to publication.

[6] Jack Dongarra, Thomas Herault, Yves Robert. Fault tolerance techniques for high-performance computing, http://www.netlib.org/lapack/lawnspdf/lawn289.pdf, May 2015, 66p.

[7] Надежность технических систем: Справочник / Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев, В.В. Болотин и др.; Под ред. И.А. Ушакова. М.: Радио и связь, 1985. 608 с.

[8] Черкесов Г.Н. Надежность технических систем с временной избыточностью. М., Сов. Радио. 1974.

[9] Кузовлев В.И., Дзнеладзе А.Ш. Определение оптимальных периодов создания контрольны точек. /м., МВТУ, 1987, 9 с. – деп. В ЦНИИТЭИ приборостроениа 12.02.87., № 384-пр87.

[10] აკაკი ძნელაძე. მაღალსაიმედო კომპიუტერული სისტემების ფუნქცონალური საიმედოობის ანალიზი დაპროექტებისას. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა, ქუთაისი, 2014, 161 გვ.

[11] აკაკი ძნელაძე. საკონტროლო წერტილების ინტერვალის ოპტიმიზაცია მტყუნების გამოვლენის სისტემის პარამეტრების გათვალისწინებით. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მოამბე № 2, ქუთაისი, 2013, გვ. 46 -53.

[12] აკაკი ძნელაძე. გამოთვლითი პროცესის საკონტროლო წერტილების განლაგების ოპტიმალური ვარიანტის შერჩევის ალგორითმი. მესამე სამეცნიერო პრაქტიკული კონფერენცია „ინტერნეტი და საზოგადოება“. ქუთაისი, 2007გვ. 143-149.