

ფრაქტალები და მათი გამოყენება საინფორმაციო ტექნოლოგიებში

მზევინარ ზაქარაია

აკაკი წერეთლის სახელობის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო
mzevinar57@gmail.com

ანოტაცია - სტატია ეძღვნება კომპიუტერული გრაფიკის ერთ-ერთ მნიშვნელოვან სფეროს - ფრაქტალებს და მათ ადგილს და როლს საინფორმაციო ტექნოლოგიებში. განხილულია ფრაქტალური გრაფიკის წარმოშობის მოკლე ისტორია, ფრაქტალების თვისებები, აგების პრინციპები, კლასიფიკაცია, მათი გამოყენების ძირითადი ასპექტები და პერსპექტივები საინფორმაციო ტექნოლოგიებში.

საკვანძო სიტყვები: ფრაქტალი, საინფორმაციო ტექნოლოგია, შეკუმშვა, მოდელირება.

ფრაქტალების მათემატიკური თეორიის ფუძემდებელმა, ცნობილმა ფრანკო-ამერიკელმა მათემატიკოსმა ბენუა მანდელბროტმა ცნებები ფრაქტალი და ფრაქტალური გეომეტრია შემოიღო 1975 წ. არარეგულარული, თავის თავის მსგავსი ობიექტების აღსანიშნავად, რომლებზეც ის მუშაობდა (frangere ლათ.- დატეხვა, fractus - დაყოფილი, დანაწევრებული, შედგენილი) [1].

კაცობრიობა მანდელბროტამდე თითქმის 2 ათასწლეული სწავლობდა წესიერ, გლუვ მრუდებს და თვლიდა, რომ ევკლიდეს გეომეტრია ბუნების გეომეტრიაა. მანდელბროტმა აჩვენა, რომ სამყაროს გეომეტრია ფრაქტალურია და არა ევკლიდური.

ფრაქტალური გეომეტრიის I იდეები გაჩნდა XIX ს.-ში. 1883 წ. კანტორმა აღწერა უმარტივესი ფრაქტალი - კანტორის მტვერი, რომელიც მიიღება მონაკვეთის გარდაქმნით [2] (ნახ. 1). 1890 წ. პენანომ დახატა ფიგურა მონაკვეთის შეცვლით საწყისთან 3-ჯერ ნაკლები სიგრძის 9 ხაზით ოპერაციის მრავალჯერადი გამეორებით, რომლის მაგალითია შილბერტის მრუდი (ნახ. 2) [2].



ნახ. 1 კანტორის სიმრავლე



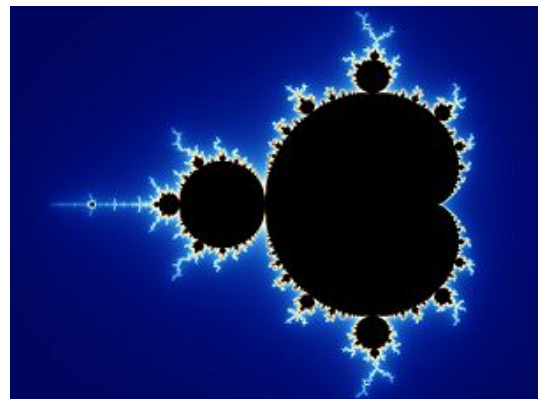
ნახ. 2 შილბერტის მრუდი

XX ს.-მდე გროვდებოდა მონაცემები ასეთ ობიექტებზე, მათი სისტემატიზირების ყოველგვარი მცდელობის გარეშე მანდელბროტის გამოჩენამდე. იგი მუშაობდა სხვადასხვა დარგში, მათ შორის ეკონომიკაში. სწორედ ეკონომიკის ამოცანების კვლევისას დაადგინა, რომ ფასების რყევის კანონი არ აღინერება სტანდარტული მრუდით, რამაც დიდი აუიოტაჟი და გაცოცხება გამოიწვია.

სხვადასხვა ფაქტების შეჯერებით, მეცნიერთა კვლევების ერთიან სისტემაში თავმოყრილ, რომლებიც 1875-1925 წ.წ. იგივე დარგში მუშაობდნენ, მანდელბროტმა შექმნა მათემატიკის ახალი მიმართულება - ფრაქტალური გეომეტრია [1].

1975 წ. გამოცემულ წიგნში „ფრაქტალური ობიექტები: ფორმა, ქაოსი და განზომილება“ მან აღწერა ფრაქტალები და შემოიღო ფრაქტალის ცნება.

ფრაქტალის ერთ-ერთი კლასიკური ნიმუშია მანდელბროტის სიმრავლე, რომელსაც სახელი მკვლევარის პატივსაცემად ეწოდა (ნახ. 2).



ნახ. 2 მანდელბროტის სიმრავლე

კონცეფცია fractal შექმნისთანავე აღმოჩნდა, რომ ჩვენ ფაქტიურად ვართ ფრაქტალების გარემოცვაში. ფრაქტალური თვისებები აქვს მრავალ ბუნებრივ ობიექტს: მარჯნის რიფებს, მთის ქანებს,

მდინარეების აუზებს, ოკეანეების და ზღვების სანაპირო ზოლებს, ხის ტოტებს, ფოთლებს, ნივთიერებათა სტრუქტურებს, მთიან რელიეფს, მცენარეებს და მათ კაპილარულ სისტემებს, თოვლს, ფიფქებს, მეტალის ზოდებს, ღრუბლების ზედაპირებს, მინერალების ბზარებს, კრისტალებს, გულსისძარღვთა, ნერვულ და ლიმფურ სისტემებს ცოცხალ ორგანიზმებში და ა.შ. ფრაქტალებია ხეები, რომელთა ყოველი ტოტიდან ერთმანეთის მსგავსი უფრო მცირე ტოტები გამოდის. მათემატიკური მეთოდებით ცალკეული ტოტის მიხედვით დგინდება მთელი ხის თვისებები.

ფრაქტალები ფართოდაა წარმოდგენილი მათემატიკაში: კოხის მრუდი, დრაკონის მრუდი, სერპინსკის სამკუთხედი და მრავალი სხვა [2]. ფრაქტალები დიდი სიზუსტით აღწერენ ფიზიკურ მოვლენებს და პროცესებს: ტურბულენტურ დინებებს, ელვას, მელნის ლაქებს ფურცელზე, ყინვის მოხატულობას ფანჯრის მინაზე და ა.შ.

არსებობს ფრაქტალის რამდენიმე განმარტება: ფრაქტალი უსასრულო, თავის თავის მსგავსი ფიგურაა, რომლის თითოეული ფრაგმენტი მეორდება მასშტაბის შემცირებისას [2].

ფრაქტალი არის ნაწილებისაგან შედგენილი გეომეტრიული ფიგურა, რომელიც შეიძლება დაიყოს მთლიანი ობიექტის მინიატურულ მოდელებად (მიახლოებით მაინც) [4].

ფრაქტალი ნაწილებისგან შედგენილი სტრუქტურაა, რომელიც რაღაც თვალსაზრისით მთლიანის მსგავსია. ასე განმარტა ფრაქტალები მანდელბროტმა [5], რომელმაც გააერთიანა ისინი საერთო თვისებების მქონე სტრუქტურების კლასში.

ფრაქტალი მიიღება მარტივი იტერაციული ციკლით. იტერაციით და რეკურსიულობითაა განპირობებული თავის თავის მსგავსება: ფრაქტალის ყოველი მიკროსკოპული ფრაგმენტი გარკვეული თვალსაზრისით აღწერს მის გლობალურ სტრუქტურას. ყველაზე მარტივ შემთხვევაში, ფრაქტალის ნაწილი შემცირებულ მთლიან ფრაქტალს წარმოადგენს. ამის გამო ფრაქტალის ნაწილი შეიცავს ინფორმაციას მთელი ფრაქტალის შესახებ.

ფრაქტალების თვისებები: 1. ფრაქტალის სტრუქტურა არატრივიალურია (მასშტაბის გაზრდა არ იწვევს სტრუქტურის გამარტივებას რეგულარული ფიგურებისგან განსხვავებით, როგორცაა ელიფსი ან სფერო); 2. ფრაქტალები არიან თავის თავის მსგავსი ან მიახლოებით თავის თავის მსგავსი; 3. აქვთ მცირე რიცხვებში ასახული, ტოპოლოგიურ განზომილებაზე დიდი მეტრული განზომი-

ლება; 4. ფრაქტალის აგება შეიძლება რეკურსიული პროცედურით.

თავის თავის მსგავსებიდან გამომდინარეობს ფრაქტალის აგების წესი: მარტივი ობიექტის ზომის მუდმივად შემცირებით ვიღებთ სტრუქტურას, რომელიც გარკვეულ მასშტაბში იმეორებს საწყის ობიექტს. ასე ფორმირდება რეალისტურის მსგავსი სურათები: გვიმრის ფოთლები ან მთელი ბუჩქი, ტყიანი რელიეფი და სხვ.

ფრაქტალების სახეები:

1. მათემატიკური ფრაქტალები;

1.1. დეტერმინირებული გეომეტრიული ფრაქტალები: კანტორის სიმრავლე, მინკოვსკის მრუდი, პილბერტის მრუდი, პითაგორას ხე, კოხის მრუდი, მენგერის ღრუბელი, დრაკონის მრუდი, სერპინსკის სამკუთხედი, სერპინსკის პირამიდა და სხვ.;

1. 2. ალგებრული ფრაქტალები (რთული დეტერმინირებული ფრაქტალები): ნიუტონის ფრაქტალები, ბიომორფები, უულიას სიმრავლე, მანდელბროტის სიმრავლე;

1. 3. სტოქასტიკური (არადეტერმინირებული) ფრაქტალები;

2. ბუნებრივი (ფიზიკური) ფრაქტალები.

ფრაქტალების გამოყენება. ფრაქტალური გეომეტრია თავდაპირველად შემუშავებული იყო როგორც ბუნების შესწავლის საშუალება, მაგრამ შემდეგ მან ადგილი ჰპოვა მათემატიკაში, კომპიუტერულ გრაფიკაში, ინფორმატიკაში. ფრაქტალების ფართო გავრცელება განაპირობა ბუნების ობიექტების მოხაზულობის გამეორების უნიკალურმა თვისებამ. კლდეების, ნაპრალების, ხეების ფორმებს მესხიერების იგივე მოცულობის პირობებში, ფრაქტალები გაცილებით დიდი სიზუსტით აღწერენ, ვიდრე მონაკვეთები ან პოლიგონები [6].

1. ტელეკომუნიკაცია. რადიოელექტრონიკა. ფრაქტალური ანტენები. ფრაქტალური ანტენა აგების პრინციპით განსხვავდება ტრადიციული ანტენისაგან, რომელიც ეფუძნება ევკლიდეს გეომეტრიას. ანტენის შესაქმნელად ფრაქტალი პირველად გამოიყენა ამერიკელმა ინჟინერმა ნათან კონმა. ბოსტონში, სადაც ცხოვრობდა, აკრძალული იყო გარე ანტენების დაყენება. კონმა გამოჭრა კოხის მრუდის ფორმის ფიგურა ალუმინის ფოლგისგან, დაანება ქალაქდზე და მიაერთა მიმღებთან.

ფრაქტალურ ანტენებს ახასიათებთ კომპაქტურობა და მაღალი მწარმოებლობა. გამოყენების სფეროა საზღვაო და საჰაერო ტრანსპორტი და პერსონალური მოწყობილობები [7].

2. ინფორმატიკა. სურათების შეკუმშვა [7]. სურათების შეკუმშვისათვის ფრაქტალების თეორიის გამოყენება პირველად შეისწავლეს მ. ბარნსლიმ და ა. სლოუნმა (ნახ. 3). ფრაქტალური შეკუმშვის საფუძველია სურათზე თავის თავის მსგავსი უბნების მოძებნა. მეთოდი საკმაოდ მარტივია, ფაილი ძალიან მცირე ზომისაა (საწყისის 15-20 %), აღდგენის დრო კი მცირე. შეკუმშული სურათი მასშტაბირდება პიქსელიზაციის გარეშე. ალგორითმი იძლევა ხარისხის არჩევის საშუალებას, თუმცა მოთხოვნა შეკუმშვის დიდ დროს.

3. კომპიუტერული გრაფიკა ფრაქტალების გამოყენების ძალზე მნიშვნელოვანი სფეროა და მათი როლიც ფასდაუდებელია. ფრაქტალური გრაფიკისთვის, გამოთვლების საშუალებით მოახდინოს ბუნების ობიექტების სინთეზი, იყენებენ რეალური სამყაროს - ღრუბლების, ზღვის ზედაპირის, მდინარეების, მთიანი რელიეფის, კლდეების და მცენარეების სინთეზისათვის. ბუნების ფრაქტალური ობიექტები აისახება მარტივი მათემატიკური გამოსახულებებით და ადვილად პროგრამირდება.



ნახ. 3 კომპიუტერზე გენერირებული ბარნსლის გვირის ფოთოლი კოდირებულია სულ 28 ციფრით

ფრაქტალებით ფორმირდება რთული ზედაპირები, წირები, ტექსტურები, ფონის სურათები. ბუნების ობიექტებთან ფრაქტალების მსგავსება წარმოადგენს გარემოს ვიზუალიზების ხერხს, მაგ., 3D studio MAX-ში ფრაქტალური ხეები და ღრუბლები, ფრაქტალური მთები რუკების World Builder რედაქტორში, კომპიუტერული თამაშების ტექსტურები, ლანდშაფტების და პეიზაჟების გენერირების პროგრამებით აგებული ნისლი, კვამლი, ცეცხლი, ვარსკვლავებიანი ცა და სხვ. მნიშვნელოვანია ფრაქტალების როლი სპეცეფექტების შექმნაში [7].

ის, რომ კომპიუტერული თამაშების გარემო ფრაქტალური სტრუქტურის გამო ფრაქტალური ალგორითმებით ფორმირდება, სხვა

ფაქტორებთან ერთად განაპირობებს თამაშების წარმატებას.

4. ფრაქტალური ანიმაცია [7]. ბუნებრივი ობიექტების ფრაქტალური სტრუქტურებით იქმნება სანახაობრივი ფრაქტალური ანიმაციები ფრაქტალების გენერატორებში, ვიდეოინსტალაციებში, ელექტრონული მუსიკის კონცერტებზე.

5. კომპიუტერული მოდელირება [6]. ფრაქტალებმა ფართო გამოყენება ჰპოვეს მექანიკაში, ფიზიკაში, აკუსტიკაში და სხვა დარგებში პროცესების და მოვლენების მოდელირებისთვის, მაგ., ხახუნის ფრაქტალური მოდელი, ბზარების და ნაპრალების ფრაქტალური თეორია.

6. ინფორმაციული სივრცე და ფრაქტალები [8]. ინფორმაციული სივრცე მთლიანობაში, მისი მოცულობისა და ცვლილებების დინამიკის გათვალისწინებით, სტოქასტიკურია. ინფორმაციული სივრცის კვლევის მოდელებით სწავლობენ სტრუქტურულ კავშირებს თემატურ სიმრავლეთა შორის, რომლებიც როგორც თავის თავის მსგავსი სტრუქტურები, წარმოადგენენ ფრაქტალებს. ინფორმაციული სივრცის ანალიზის ფრაქტალური თეორია საშუალებას გვაძლევს განზოგადებული სახით შევხედოთ კანონზომიერებებს, რომლებიც ინფორმატიკის საფუძვლებს შეადგენენ.

7. ქსელური ტექნოლოგიები. ქსელით გადაცემული ტრაფიკის ფრაქტალურ ბუნებას ადასტურებს მრავალი კვლევა. განსაკუთრებით ეს ეხება აუდიო და ვიდეო სერვისებს. ტრაფიკის ფრაქტალური შეკუმშვა ზრდის ინფორმაციის გადაცემის ეფექტურობას [7].

8. ავტომატური ნავიგაციის სისტემები და კარტოგრაფია. რუკების და სხვა გეომეტრიული ობიექტების ასახვაში ავტომატური ნავიგაციის სისტემებსა და ელექტრონულ რუკებზე დიდი როლი ეკისრება გენერალიზაციას - ობიექტების განზოგადებას რუკის დანიშნულების, მასშტაბის და ტერიტორიის თავისებურებების მიხედვით. საქმე იმაშია, რომ შეუძლებელია სერვერზე მომხმარებლის მიერ მოთხოვნილი მასშტაბის მონაცემების შენახვა. ბუნებრივია, მონაცემების შენახვა მოხდეს უმცირეს მასშტაბში, სასურველ ზომებში ასახვა კი რეალურ დროში. კარტოგრაფიული ობიექტების გენერალიზაციის ფრაქტალური ალგორითმი ახდენს ავტომატურ სეგმენტაციას - ტეხილის დაყოფას ერთნაირი თვისებების უბნებად და სიგლუვის პარამეტრების შერჩევას ინდივიდუალურად. მისი ღირსებაა მონაცემთა მოცულობის შემცირება და ასახვის ხარისხის არსებითი გაუმჯობესება [9].

9. კინოხელოვნება. ფრაქტალები დიდ როლს ასრულებენ კინოს სპეცეფექტების პროგრესში.

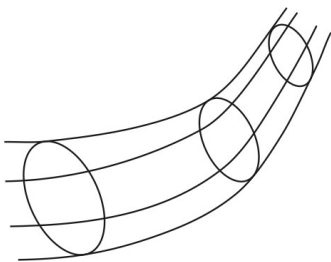
10. კომპიუტერული ხელოვნება ეფუძნება მათემატიკურ მეთოდებს. მისი წყალობით ჩამოყალიბდა პრინციპულად ახალი ესთეტიკა, მოხდა დიდი წინსვლა კანონების შეცნობაში, რომლითაც იბადებიან ბუნების ობიექტები. კომპიუტერული ხელოვნების ფორმაა ბროუნის მოძრაობის მოდელირებით მიღებული ბროუნის ხე.

11. დიდ ინტერესს იწვევს მანდელბროტის სიმრავლე. იწერება პროგრამები ახალი ფიგურების მისაღებად, იქმნება სურათების კოლექციები. მანდელბროტის სიმრავლის 3D ანალოგია მანდელბროტის ნათურა [10].

ფრაქტალების გამოყენების პერსპექტივები. ავტომატიზირებული დაგეგმარების და სამგანზომილებიანი მოდელირების სისტემები დღეისათვის ეფუძნებიან გამოსახულებათა ფორმირების ვექტორულ მეთოდებს და საჭიროებენ საკმაოდ დიდ დროს და მანქანურ რესურსებს როგორც მოდელის დამუშავების, ისე ინფორმაციის გაცვლისათვის დაგეგმარების სხვადასხვა ეტაპზე. ასეთი სისტემების ეფექტურობის გაზრდის ერთ-ერთ გზას ჩვენი აზრით, წარმოადგენს ფრაქტალური გრაფიკის გამოყენება.

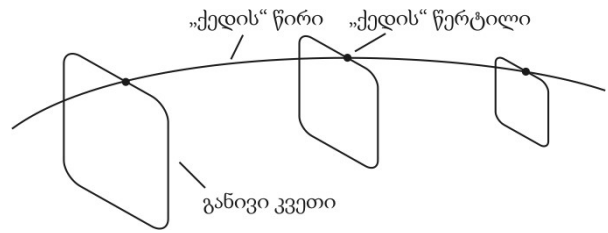
მოვიყვანოთ მოდელირების რამდენიმე ნიმუშს, რომლებიც შეიძლება აისახოს ფრაქტალური ალგორითმებით:

ა) სკულპტურული ზედაპირები (ნახ. 4) - ფორმირდება წარმომქმნელ მრუდებზე გამავალი წირებით. გამოიყენება კორპუსული დეტალების ავტომატიზირებულ დაგეგმარებაში;



ნახ. 4. სკულპტურული ზედაპირი

ბ) წინასწარ აგებული წირის - ე.წ. „ქედის“ მიმართ ორიენტირებული განივი კვეთებით სინთეზირებული ზედაპირები (ნახ. 5);



ნახ. 5. ზედაპირის მოდელირება კვეთებით

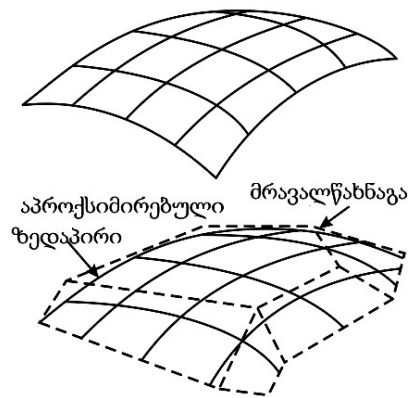
გ) მრუდწირულგვერდებიანი ოთხკუთხედებისაგან შექმნილი ბადით განსაზღვრული ზედაპირები, რომლებიც ეკრანზე ფორმირდება მრავალგვერდა კარკასით (ნახ. 6);

დ) გეომეტრიული პარამეტრების და ძაბვების მიხედვით მასის ოპტიმიზაცია და სასრული ძაბვების გაანგარიშება, სადაც შეიძლება ფრაქტალური მეთოდის გამოყენება სასრული ელემენტების ბადის ფორმირების ეტაპზე;

ე). დეტალების მექანიკური დამუშავების ოპტიმიზაციის იმიტაცია;

ვ) მილგაყვანილობის და მსგავსი ობიექტების დაგეგმარება;

ზ) ხელოვნული ბუნვის და მსგავსი ობიექტების მოდელირება.



ნახ. 6. ზედაპირის აგება ბადის საშუალებით

დასკვნა

როგორც ჩვენს მიერ ჩატარებული ანალიზიდან ჩანს, ფრაქტალური ალგორითმები უმნიშვნელოვანეს როლს ასრულებენ საინფორმაციო ტექნოლოგიების სხვადასხვა სფეროებში.

კვლევამ გამოავლინა, რომ ავტომატიზირებულ დაგეგმარებასა და მოდელირებაში ობიექტების ფორმირების ვექტორულ მეთოდებთან ერთად შესაძლებელია ფრაქტალური ალგორითმების გამოყენება, რაც ხელს უწყობს დაგეგმარების

ეფექტურობის ზრდას, ასახვის ხარისხის გაუმჯობესებას და რაც მთავარია, ახალი ორიგინალური ფორმების ძიებას.

გამოყენებული ლიტერატურა

- [1] Понятие „Фрактал“. <http://fractbifur.narod.ru/html/index1.html>
- [2] Морозов А. Д. Введение в теорию фракталов. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002, 162 с.
- [3] Данилов Ю.А. Красота фракталов. <http://www.synergetic.ru/science/krasota-fraktalov.html>
- [4] Фракталы и теория хаоса. <http://www.ghcube.com/fractals/>
- [5] Benoit B. Mandelbrot. The fractal geometry of nature. W. H. Freeman and Company, New York, 1977, p. 466.
- [6] О применении фракталов. <http://fractals.nsu.ru/fractals.chat.ru/appl.htm>
- [7] Практическое применение фрактальных алгоритмов. <http://m-rush.ru/theory/item/184-fraktaly-na-praktyke.html>
- [8] Фракталы и кластеры в информационном пространстве. <http://it2b.ru/blog/arhiv/791.html>
- [9] Мусин О. Р. и др. Применение методов фрактальной и вычислительной геометрии для графической генерализации линейных объектов. Моделирование и анализ информационных систем. Ярославский Гос. университет. 2012, 9 с.
- [10] Mandelbulb - 3D. <http://m-rush.ru/theory/item/250-mandelbulb-3d-mnozhestvo-mandelbrota.html>